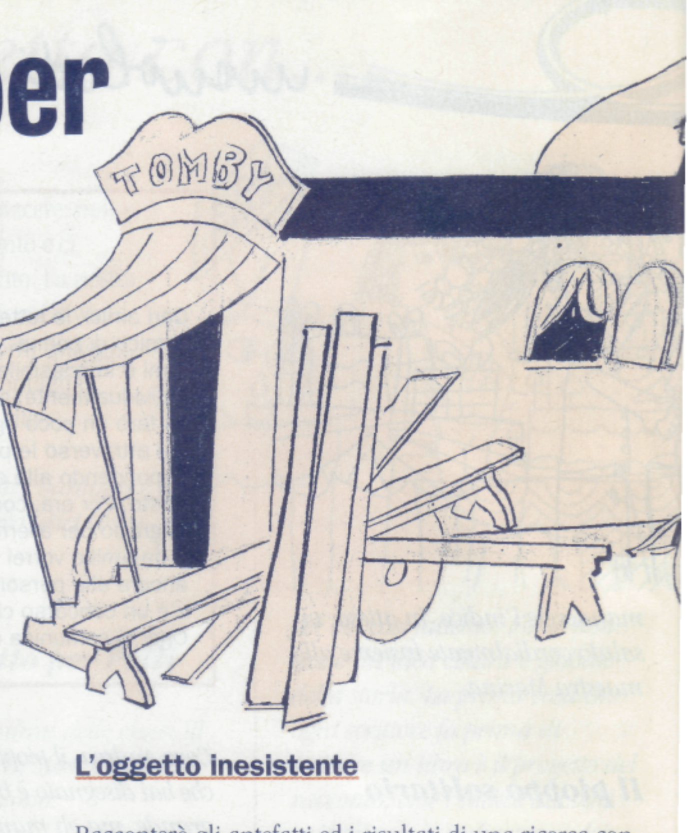
Vie nuove per i problemi

BRUNO D'AMORE



Molti studi attuali, condotti anche e soprattutto da matematici, stanno indagando su campi che una volta erano terreno di ricerca solo di psicologi. Se lo scopo del ricercatore è, infatti, quello di capire i meccanismi di *atteggiamento* e *risposta* da parte dell'allievo, nei diversi contesti, alla proposta di un compito a carattere matematico, come evitare di indagare sul ruolo che hanno per esempio le *immagini mentali*, oppure sul *conflitto* tra il ricorso spontaneo al linguaggio naturale e la (supposta) necessità di far uso di un linguaggio (più o meno) formale, oppure sul ruolo che ha il *comportamento* atteso e le eventuali divergenze tra questo e quello reale (per la terminologia vedi [D'AMORE, 1999])? Ciascuno di questi "filoni" (ma ce ne sono tanti altri) è oggi ricchissimo di bibliografia. Non ci sarebbe necessità di queste indagini, se vi fosse coerenza razionale o relazione di coincidenza tra la domanda e la risposta in aula, tra quel che l'insegnante ritiene di aver proposto alla sua classe e quel che gli studenti hanno ritenuto davvero... [MAIER, 1996]. Ma, come ben sanno gli insegnanti, le cose non stanno affatto così: colpa delle pieghe sottili della pragmatica della comunicazione umana? Colpa del fatto che si tratta pur sempre di messaggi da decodificare? Colpa del fatto che i soggetti chiamati in causa in tutto ciò sono esseri umani? Quel che farò qui è solo esaminare alcune situazioni che considero significative da questi punti di vista. Il mio scopo è quello di costringere tutti noi, insegnanti di matematica, a riflettere sull'utilità di questi campi d'indagine (per entrare nel merito, consiglio ai non esperti la lettura della seconda parte di [D'AMORE e FRABBONI, 1996] e, successivamente, di [D'AMORE, 1999]).

Questo è il nostro teatro – disse la Nada alla guardia campestre. – Ora vedrò di prendere a nolo altri sedili.

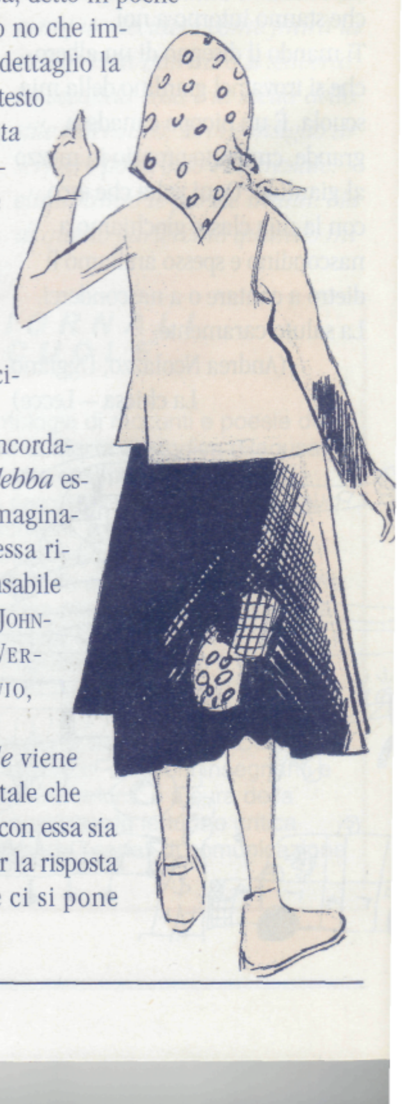
Perché nella prassi didattica sono entrati i problemi senza soluzione?
Come evitare che la routine uccida anche le idee più significative e vincenti.
Il caso Matite – Orettole – Przxetqzyw.

L'oggetto inesistente

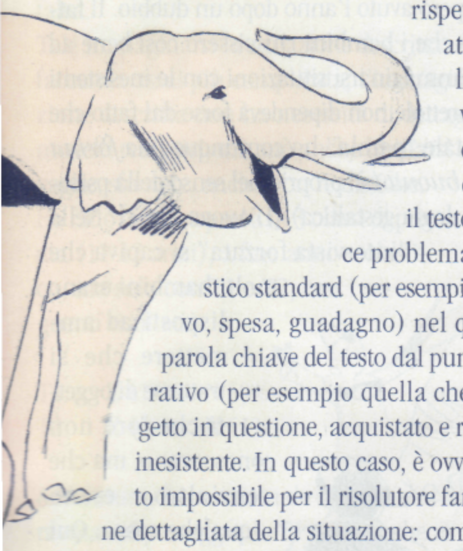
Racconterò gli antefatti ed i risultati di una ricerca condotta pochi anni fa nella scuola elementare e media, dal titolo apparentemente stravagante: *Matite-Orettole-Przxetqzyw* [D'AMORE, 1997].

Il tema della ricerca, detto in poche parole, era: è vero o no che immaginarsi in ogni dettaglio la scena descritta nel testo di un problema aiuta a risolverlo? Cioè: fino a che punto deve spingersi la verosimiglianza tra quel che è scritto nel testo e la realtà immaginata, sollecitata dalla lettura?

Molti ricercatori concordano sul fatto che vi *debba* essere una buona immaginazione e che, anzi, essa risulti a volte indispensabile per la risoluzione [JOHNSON-LAIRD, 1983; VERGNAUD, 1985; PAIVIO, 1986; ed altri].

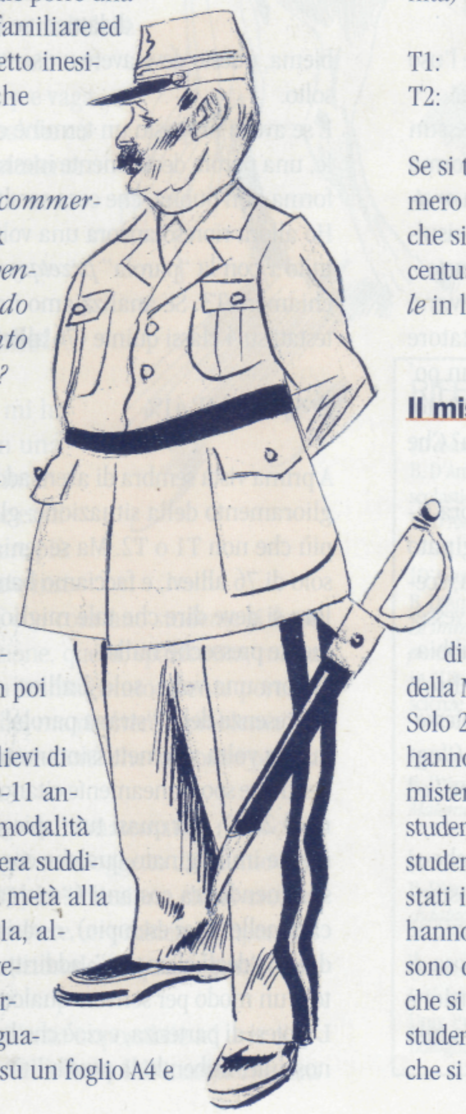


Una prova *cruciale* viene concepita in modo tale che il risultato ottenuto con essa sia poi determinante per la risposta alla domanda che ci si pone



nella ricerca. Spesso le prove cruciali sono delle controprove tese a trovare motivazioni al risultato contrario, rispetto al risultato atteso. Volli realizzare una prova cruciale che consisteva in questo: creare il testo di un semplice problema di tipo scolastico standard (per esempio del tipo: ricavo, spesa, guadagno) nel quale però una parola chiave del testo dal punto di vista narrativo (per esempio quella che descrive l'oggetto in questione, acquistato e rivenduto) fosse inesistente. In questo caso, è ovvio, sarebbe stato impossibile per il risolutore farsi un'immagine dettagliata della situazione: come immaginare la transizione di un oggetto dalle mani del venditore a quelle del negoziante a quelle del compratore finale, se tale oggetto non esiste?

Naturalmente occorreva essere ben certi della differenza di risultato tra il caso in cui l'oggetto era noto e no; quindi occorreva procedere per confronto: uno stesso testo, all'interno del quale porre una volta un oggetto ben familiare ed un'altra volta un oggetto inesistente. Il testo (T) che scelsi era:



Il signor Piero fa il commerciante. Compra 625 x a L. 500 l'una e le rivende tutte, incassando L. 480.000. Quanto guadagna per ogni x?

Al posto di *x* venne messa la parola *matita*, ottenendo il testo che d'ora in poi chiamerò T1; al posto di *x* venne messa poi la "parola" *orettola*, ottenendo il testo che d'ora in poi chiamerò T2.

Sottoposi poi a 107 allievi di quinta elementare (10-11 anni) i due testi, con la modalità che segue. Ogni classe era suddivisa in due metà; una metà alla volta veniva in un'aula, all'interno della quale venivano consegnati alternativamente in parti uguali i testi T1 e T2 scritti su un foglio A4 e con uno spazio per la risoluzione. Era data la consegna del lavoro singolo ed in assoluto silenzio.

Va detto subito che c'è un tipico errore che nulla ha a che fare con la mia prova e che, invece, è determinante nella valutazione del tipo di esercizio proposto: lo studente, invece di rispondere alla domanda sul guadagno per *ogni matita* (o per *ogni orettola*), si limita a calcolare il guadagno totale. Ho allora deciso che, per quanto concerne lo scopo della mia indagine, non essendo determinante tale errore, potevo assimilare la corretta risoluzione del problema (determinazione del guadagno per ogni oggetto) al caso in questione (determinazione del guadagno totale). Non ho poi tenuto in alcun conto gli errori di calcolo (che sono incredibilmente numerosi).

Ho così considerato solo due classi di risultati:

1. E: risultato esatto (a parte gli errori di calcolo) o sbagliato perché lo studente calcola il guadagno totale invece che quello per ogni oggetto (indipendentemente dagli errori di calcolo);

2. N: procedimento del tutto sbagliato o non eseguito o sbagliato ma con errori gravi (senza tener conto degli errori di calcolo).

Ecco allora i risultati percentuali (arrotondati all'unità) ottenuti con T1 e T2:

T1:	E 56%	N 44%
T2:	E 53%	N 47%.

Se si tiene conto del fatto che gli studenti erano in numero relativamente modesto (53+54), si può pensare che si tratta sostanzialmente dello *stesso* risultato percentuale e cioè che, in prima istanza, la scelta di *orettole* in luogo di *matite* non influenza il risultato.

Il mistero delle orettole

Ma non corriamo troppo rapidamente alle conclusioni. Al termine della prova, lo studente doveva indicare per iscritto se aveva avuto imbarazzi nella lettura e nella risoluzione del T2, e quali. Non solo, ma era prevista anche un'intervista da parte mia o di alcuni insegnanti del Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica di Bologna.

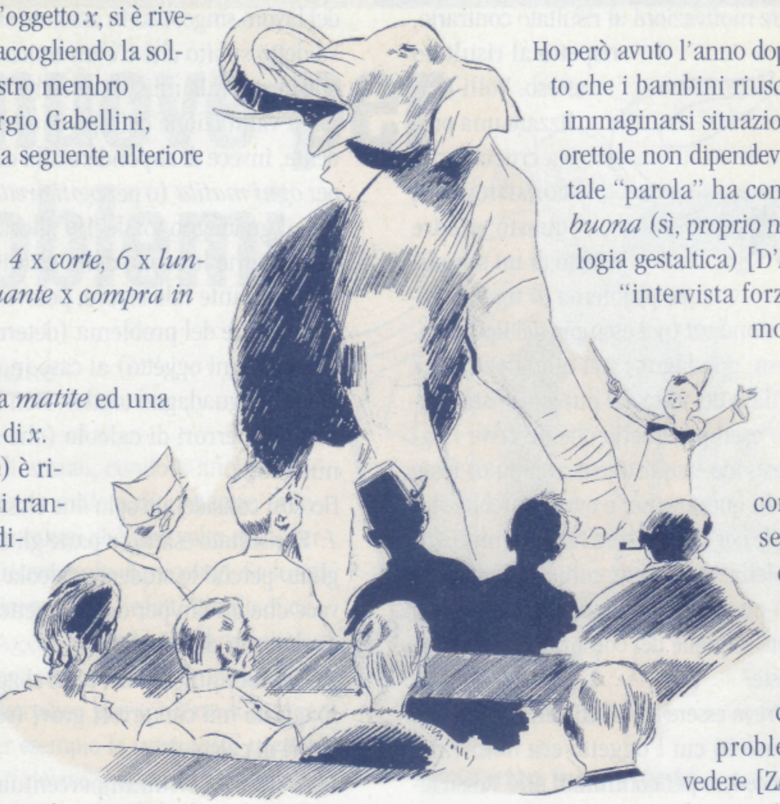
Solo 2 studenti tra i 54 che hanno affrontato il testo T2 hanno denunciato per iscritto la presenza della parola misteriosa *orettole* e si tratta però in entrambi i casi di studenti che hanno risolto bene l'esercizio. E solo 2 altri studenti tra quelli intervistati hanno ammesso di essere stati imbarazzati alla lettura di quella parola, ma ci hanno anche spiegato che, al momento della lettura, si sono dati delle interpretazioni di tale parola. Uno dice che si tratta di "verdure" (vendute da un cartolaio! Tale studente fa parte dei solutori del gruppo N); l'altro dice che si tratta di "oggetti" (e fa parte del gruppo E).

L'elefantessa Fanny abbassò le orecchie, alzando la proboscide in alto, e poi cacciò fuori degli orribili versacci.

È evidente che il problema T, indipendentemente dalla scelta dell'oggetto x, si è rivelato troppo difficile. Raccogliendo la sollecitazione di un maestro membro del Nrd, il dottor Giorgio Gabellini, abbiamo allora fatto la seguente ulteriore prova:

Un cartolaio compra 4 x *corte, 6* x *lunghe e 12* x *medie. Quante* x *compra in tutto?*

proponendo una volta *matite* ed una volta *orettole* in luogo di x.
Il primo testo (matite) è risolto da tutti i bambini tranne uno (che nell'addizione "dimentica" l'addendo 12). Il secondo testo (orettole) è risolto da tutti i bambini (diversi dai precedenti) tranne uno (che nell'addizione "dimentica" l'addendo 12). Lo stesso identico risultato (e lo stesso identico errore), quasi come se l'uso di una parola o dell'altra fosse del tutto indifferente!
Durante l'intervista del gruppo T2 (orettole), nessun bambino denuncia esplicitamente una qualsiasi forma di imbarazzo provocata dalla presenza della parola *orettole*. Qui va detto, a onor del vero, che questi sono i risultati della intervista "pulita" condotta a regola d'arte... Ma quando si vedeva che i bambini nulla dicevano spontaneamente sulle *orettole*, spesso l'intervistatore considerava chiusa l'intervista vera, ma forzava un po' la mano in modo esplicito, pur di vedere un risultato, per esempio con un: "E non hai letto questa parola? Che cosa significa?".
Al di là delle risposte esplicite e consapevoli, è allora risultato evidente che ogni bambino si è reimmaginato qualche cosa che potesse giustificare quella parola, scegliendo per così dire "costanti interpretative" che avessero un senso in quel frangente ("verdura", come abbiamo visto; ma anche "scatolette", "gabbiette" ed altro). Oppure scegliendo "variabili interpretative" che potessero assumere un senso, ma non necessariamente ("oggetti", come abbiamo visto, ma anche "cose", "robe" ed altro).
Dunque, non sembra così determinante il fatto che si debba per forza immaginare qualche cosa di circostanziato e del tutto concreto; l'immaginarsi la situazione descritta nel testo può anche limitarsi a qualche cosa di confuso e ciò, viste le percentuali e la loro distribuzione tra E ed N, non sembra avere un peso rilevante nella mia ricerca.



Przetqzyw, questa sconosciuta...

Ho però avuto l'anno dopo un dubbio. Il fatto che i bambini riuscissero così bene ad immaginarsi situazioni con le inesistenti orettole non dipendeva forse dal fatto che tale "parola" ha comunque una *forma buona* (sì, proprio nel senso della psicologia gestaltica) [D'Amore, 1993]? Nella "intervista forzata" si capiva che molti bambini erano disposti ad ammettere che si trattasse di oggetti che loro non conoscevano, ma che senz'altro erano qualche cosa... Qui giocano certamente dei ruoli formidabili il concetto generale di problema (e qui si deve vedere [Zan 1991-1992]) e la famosa clausola del contratto didattico: se l'insegnante dà un problema, questo deve avere un senso e deve poter essere risolto.
E se avessi proposto un termine chiaramente impossibile, una parola decisamente inesistente, per di più in una forma non buona, che cosa sarebbe capitato?
Ho allora ripreso ancora una volta il testo T ed ho sostituito x con la "parola" *przetqzyw* ottenendo il testo che chiamerò T3. Se analizziamo i risultati di questo caso, testati su 4 classi quinte (76 allievi), abbiamo:

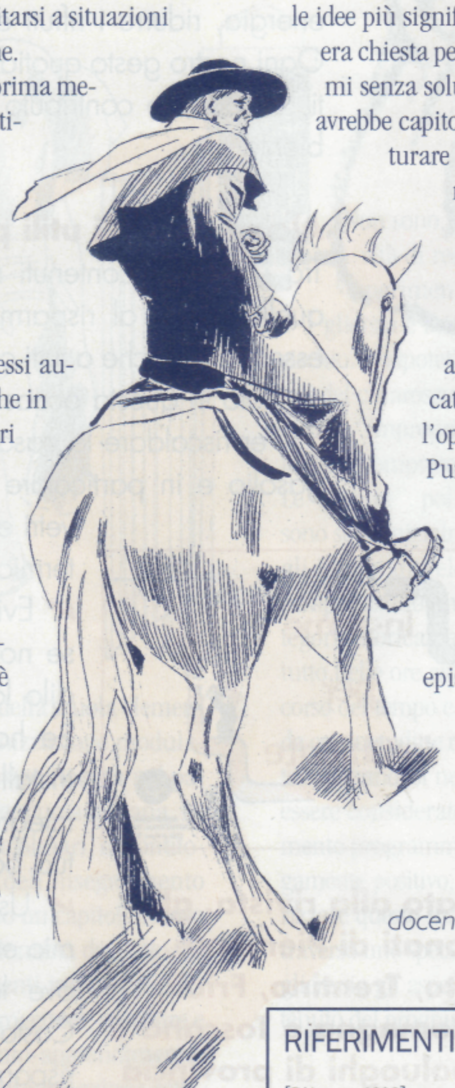
E: 59% N: 41%

A prima vista sembra di avere addirittura un piccolo miglioramento della situazione: gli studenti risolvono T3 più che non T1 o T2. Ma se teniamo conto che si tratta solo di 76 allievi, e facciamo banali calcoli statistici, allora si deve dire che tale miglioramento è percentualmente pressoché nullo.
Ancora una volta, solo 2 allievi denunciano per iscritto la presenza della "strana parola". Quanto alle interviste, questa volta sale nettissimamente il numero degli studenti che spontaneamente citano la "parola strana" (sono il 26%), ma quasi tutti spiegano che hanno ugualmente immaginato qualche cosa, ancora una volta distinguendo tra costanti ("marca di penne", "marca di caramelle", per esempio), o variabili ("della roba", "un dato", "degli elementi"; addirittura abbiamo un esplicito: "un modo per scrivere qualcosa").
L'ipotesi di partenza, e cioè che la presenza di parole sconosciute, inibendo la possibilità di farsi immagini men-

tali circoscritte e dettagliate della situazione, riduca la percentuale di risoluzioni esatte del problema, è dunque falsa.
Tale immaginarsi la situazione descritta, dunque, è una faccenda assai più complicata; l'immagine della situazione descritta non ha necessità di dettagli, di rifarsi a modelli realistici, ma può anche limitarsi a situazioni vaghe, sfumate, anche non realistiche.
Ho fatto la stessa prova in 3 classi di prima media (11-12 anni), a fine anno scolastico, ma solo con T1 e T2, con i seguenti risultati:

T1:	E 41%	N 59%
T2:	E 49%	N 51%.

Addirittura, la percentuale dei successi aumenta nel passaggio da T1 a T2; anche in tal caso, però, ciò è dovuto ai numeri relativamente bassi di studenti testati (si tratta di soli 68 studenti). Il comportamento dei dodicenni è del tutto analogo a quello visto prima. Gli studenti creano interpretazioni di *orettola* come costante o come variabile (una delle costanti che è stata proposta è "bettola": ciò conferma che il suono è dunque vagamente accettato come qualche cosa di plausibile, ma lo studente evidentemente ignora che cosa significhi quella parola).



Missione: impossibile!

Una frase di un allievo mi ha fatto riflettere molto. In una delle volte in cui, come intervistatore esageratamente esplicito, ho cercato di indagare più a fondo, di fronte alla mia insistenza a cercar di capire che cosa uno studente si fosse immaginato della situazione, questi, spazientito, mi ha detto che lui non si era immaginato niente perché: "L'importante non è capire, ma risolvere il problema", il che la dice lunga sulla situazione che la nostra povera matematica vive in aula.
A proposito dell'immagine della matematica nella concezione degli studenti, è già stata oggetto di un mio breve scritto [D'AMORE, 1993] la situazione che si crea in classe quando si dà da risolvere un problema impossibile (la bibliografia internazionale su questo tema è vastissima).
Una volta proposi un problema impossibile ad una classe (quarta elementare) che, a detta dell'insegnante, era abituata a questo genere di proposte; ottenni un fiasco colossale! Quando presentai e spiegai ai bambini la non risolubilità del problema, un bambino protestò: "Ah, ma così non vale. Quando il problema è impossibile, la nostra maestra ce lo dice. Ce lo dovevi dire anche tu".
Come commentare? La routine scolastica uccide anche le idee più significative e vincenti. Quell'insegnante si era chiesta perché nella prassi sono entrati i problemi senza soluzione? Evidentemente no, altrimenti avrebbe capito che il loro scopo non è quello di torturare i nostri allievi aumentando confusione e noia; al contrario: il loro scopo è proprio quello di capitare a sorpresa, per convincere gli allievi a leggere, a capire i testi, a ragionare, a selezionarne le informazioni, e non solo a cogliere qua e là qualche parola indicativa per... azzeccare la soluzione, anzi: l'operazione risolutiva.
Purtroppo, anche le idee didatticamente più significative possono essere reinterpretate in modo banale e quindi avere effetti nulli, se non addirittura controproducenti.
Fortunatamente non si tratta che di episodi rari; ma quel bambino, quella classe, che idea s'è fatto della matematica e della necessità, opportunità, significatività della matematica a scuola?

Bruno D'Amore
docente di Didattica della Matematica, Università di Bologna

L'uomo a cavallo era il curato di Mamezan, che tornava alla canonica dopo aver assistito un moribondo.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[D'AMORE, 1993]
B. D'Amore, *Il problema del pastore*, in "La vita scolastica", 2, 1993, pp. 14-17; anche in appendice a [D'AMORE e FRABBONI, 1996].

[D'AMORE, 1997]
B. D'Amore, *Matite-Orettole-Przxetqzyw. Le immagini mentali dei testi delle situazioni-problema influenzano davvero la risoluzione?*, in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", 20A, 3, pp. 241-256.

[D'AMORE, 1999]
B. D'Amore, *Elementi di Didattica della Matematica*, Pitagora, Bologna 1999.

[D'AMORE e FRABBONI, 1996]
B. D'Amore, F. Frabboni, *Didattica generale e didattiche disciplinari*, Angeli, Milano 1996.

[JOHNSON-LAIRD, 1983]
P. N. Johnson-Laird, *Mental Models*, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1983 (trad. it.: Il Mulino, Bologna 1988).

[MAIER, 1996]
H. Maier, *Apprendimento della matematica. Difficoltà e modalità per superarle*, in B. D'Amore, *Il Convegno del Decennale*, Pitagora, Bologna (ed. 1996), pp. 27-48.

[PAIVIO, 1986]
A. Paivio, *Mental representations: a dual coding approach*, Clarendon Press, Oxford 1986.

[VERGNAUD, 1985]
G. Vergnaud, *Psicologia cognitiva ed evolutiva. Ricerca in didattica della matematica: alcune questioni teoriche e metodologiche*, in L. Chini Artusi, *Numeri ed operazioni nella scuola di base*, Zanichelli-Umi, Bologna (ed. 1985), pp. 20-45.

[ZAN, 1991-1992]
R. Zan, *I modelli concettuali di problema nei bambini della scuola elementare*, in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", 14 (7, 9), 1991, pp. 659-677, 807-840; 15 (1), 1992, pp. 39-53.